PART2　$a=c\sin A$，$b=c\cos A$，$a=b\tan A$

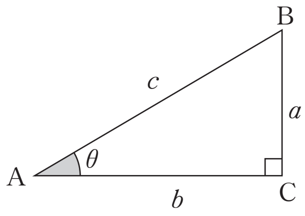
2　[1]　1 辺の長さが 8 である正五角形の対角線の長さを求めよ。ただし，必要ならば $\cos 36^\circ=0.8090$ を用いよ。

[2]　水平な地面のある地点 A から離れたところに地面に垂直に立つ塔がある。地点 A から測った塔の先端の仰角が 45°，地点 A から塔に向かって 30 m 近づいた地点 B から測った仰角が 60° であった。塔の高さを求めよ。ただし，目の高さは考えないものとする。

Point Pickup

右図の直角三角形において

$a=c\sin\theta$　　$b=c\cos\theta$　　$a=b\tan\theta$



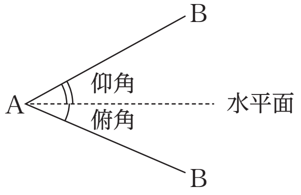
一般に，点 A から点 B を見るとき，

A を通る水平面と AB のなす角について

　B が水平面より上にあるとき　→　仰角（ぎょうかく）

　B が水平面より下にあるとき　→　俯角（ふかく）

という。



第 8 講　PART2 確認問題

1　1 辺の長さが 10 である正五角形の対角線の長さ l を求めよ。ただし，必要ならば $\cos 36^\circ = 0.8090$，$\cos 54^\circ = 0.5878$ を用いよ。

$l =$ ア

①　4.045　　②　6.18　　③　8.09
④　12.36　　⑤　16.18

2　水平な地面において，地点 A から離れたところに木が植えられている。地点 A から測った木の先端の仰角が 30°，地点 A から木に向かって 16 m 近づいた地点 B から測った仰角が 45° であった。木の高さ h を求めよ。ただし，木は地面に垂直に立っており，目の高さは考えないものとする。

$h =$ イ (m)

①　$8\sqrt{3}$　　②　$8\sqrt{3}+1$　　③　$8\sqrt{3}+8$
④　$16\sqrt{3}$　　⑤　$16\sqrt{3}+1$　　⑥　$16\sqrt{3}+16$

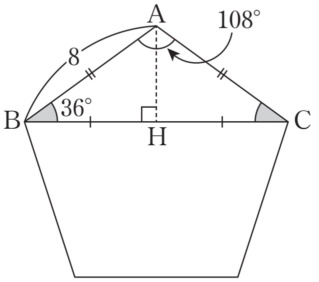
PART2　$a = c\sin A$，$b = c\cos A$，$a = b\tan A$

2　[1]　1 辺の長さが 8 である正五角形の対角線の長さを求めよ。ただし，必要ならば $\cos 36^\circ = 0.8090$ を用いよ。

[2]　水平な地面のある地点 A から離れたところに地面に垂直に立つ塔がある。地点 A から測った塔の先端の仰角が 45°，地点 A から塔に向かって 30 m 近づいた地点 B から測った仰角が 60° であった。塔の高さを求めよ。ただし，目の高さは考えないものとする。

[1]　正五角形の 1 つの内角の大きさは

$$\{180^\circ \times (5-2)\} \div 5 = 108^\circ$$



よって，右図の二等辺三角形 ABC において，頂角 A の二等分線と辺 BC が交わる点を H とすると

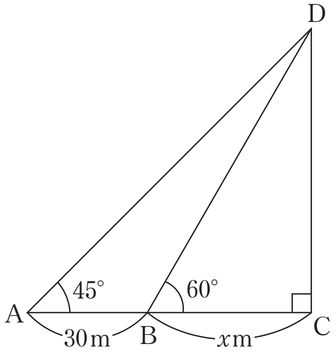
$$\angle \mathrm{ABH} = (180^\circ - 108^\circ) \div 2 = 36^\circ$$

したがって，$\mathrm{BH} = \mathrm{AB}\cos 36^\circ = 8\cos 36^\circ$

ゆえに，求める対角線の長さは，

$$\mathrm{BC} = 2\mathrm{BH} = 2 \cdot 8\cos 36^\circ = 16 \times 0.8090 = 12.944$$

[2]　塔の先端を D，塔から地面に垂直に下ろした垂線と地面との交点を C とする。$\mathrm{BC} = x$ (m) とすると，



△BCD において

$$\mathrm{CD} = \mathrm{BC}\tan 60^\circ = x \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3}\,x \quad \cdots\cdots ①$$

△ACD において

$$\mathrm{CD} = \mathrm{AC}\tan 45^\circ = (30 + x) \cdot 1 = 30 + x \quad \cdots\cdots ②$$

①，②より $\sqrt{3}\,x = 30 + x$

$$(\sqrt{3} - 1)x = 30$$

$$x = \frac{30}{\sqrt{3} - 1} = 15(\sqrt{3} + 1)$$

したがって，求める塔の高さは，②より　$\mathrm{CD} = 30 + 15(\sqrt{3} + 1) = 45 + 15\sqrt{3}$ (m)

第 8 講　PART2 確認問題 解答

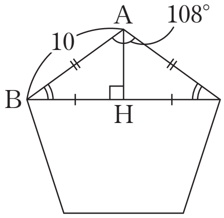
1

[正解] ア：⑤

[解説]

正五角形の 1 つの内角の大きさは

$$\{180^\circ\times(5-2)\}\div 5$$
$$=108^\circ$$ [A]



よって，右図の二等辺三角形 ABC において，∠A の二等分線と辺 BC が交わる点を H とすると [B]

$$\angle \mathrm{ABH}=(180^\circ-108^\circ)\div 2=36^\circ$$

したがって　$\mathrm{BH}=\mathrm{AB}\cos 36^\circ=10\cos 36^\circ$ [C]

ゆえに，対角線の長さ l は

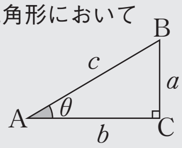
$$l=2\mathrm{BH}=2\cdot 10\cos 36^\circ=20\cdot 0.8090=\mathbf{16.18}$$

[A]　正 n 角形の 1 つの内角の大きさは $\{180^\circ\times(n-2)\}\div n$

[B]　対角線を含む二等辺三角形に注目。

[C]　右図の直角三角形において

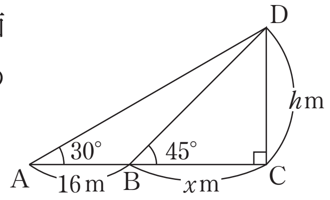
$a=c\sin\theta$
$b=c\cos\theta$
$a=b\tan\theta$



2 [正解] イ：③

[解説]

木の先端を D, D から地面に下ろした垂線と地面との交点を C とする。



BC $= x$ (m) とすると

△DCB において

$$CD = BC\tan 45^\circ = x \cdot 1 = x \quad \cdots\cdots(*)$$ [C]

△ACD において

$$CD = AC\tan 30^\circ = (16+x)\cdot\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{16+x}{\sqrt{3}} \quad \cdots\cdots(**)$$

(∗), (∗∗) より　$x = \dfrac{16+x}{\sqrt{3}}$　　$\sqrt{3}\,x = 16+x$

$$(\sqrt{3}-1)x = 16$$

よって　$x = \dfrac{16}{\sqrt{3}-1} = 8(\sqrt{3}+1) = 8\sqrt{3}+8$

したがって，木の高さ h は，(∗) より

$$h = CD = x = 8\sqrt{3}+8 \text{ (m)}$$